Conditional Transformable Pushdown System

スタックの変換と検査が可能な計算モデル

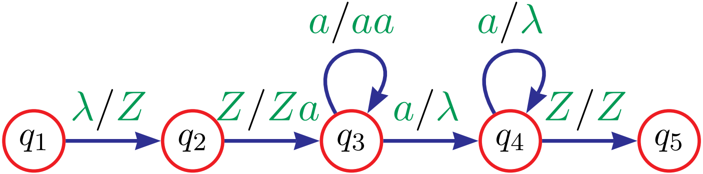
上里 友弥[1]　南出 靖彦[2]

筑波大学情報学群情報科学類[1]
筑波大学システム情報工学研究科[2]

3 月 4 日
PPL 2013

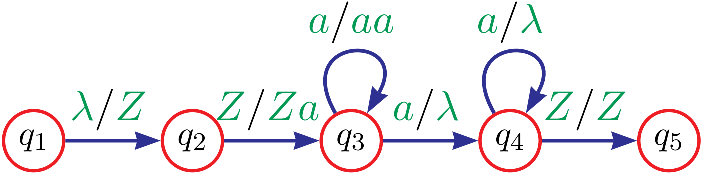
プッシュダウンシステム (PDS)

1 本のスタックを持つ計算モデル (Q, Γ, Δ)



プッシュダウンシステム (PDS)

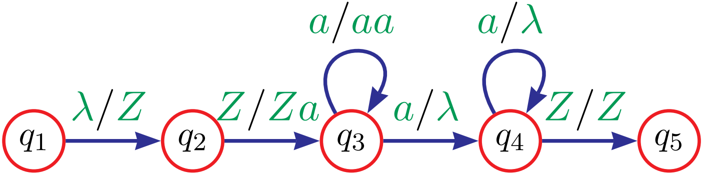
1 本のスタックを持つ計算モデル (Q, Γ, Δ)



有限個の位置 Q $q_1, q_2, \cdots$

プッシュダウンシステム (PDS)

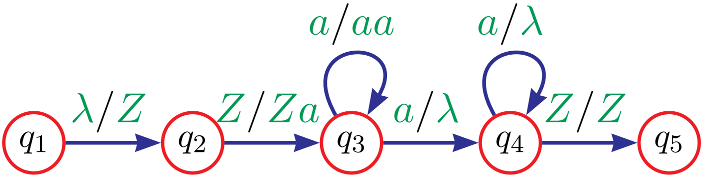
1 本のスタックを持つ計算モデル (Q, Γ, Δ)



有限個の位置	Q	$q_1, q_2, \cdots$
有限個のアルファベット	Γ	Z, a

プッシュダウンシステム (PDS)

1 本のスタックを持つ計算モデル (Q, Γ, Δ)



有限個の位置	Q	$q_1, q_2, \cdots$
有限個のアルファベット	Γ	Z, a
有限個の遷移規則	Δ	$q_1 \xhookrightarrow{\lambda/Z} q_2, \cdots$

遷移規則 $q_3 \xhookrightarrow{a/aa} q_3$ で $\left\langle q_3, \begin{array}{|c|} a \\ \hline a \\ \hline Z \\ \hline \end{array} \right\rangle \rightarrow \left\langle q_3, \begin{array}{|c|} a \\ \hline a \\ \hline a \\ \hline Z \\ \hline \end{array} \right\rangle$ と遷移可能

プッシュダウンシステム (PDS)

到達可能性問題が決定可能 [Büchi, 1964, Bouajjani et al., 1997]

$\langle p, x \rangle, \langle q, y \rangle \in Q \times \Gamma^*$ が与えられた時以下を判定可能

$$\langle p, x \rangle \rightarrow^* \langle q, y \rangle ?$$

再帰的なプログラムの解析に応用

- *Rewriting Models of Boolean Programs* [Bouajjani and Esparza, 2006]

プッシュダウンシステム (PDS)

到達可能性問題が決定可能 [Büchi, 1964, Bouajjani et al., 1997]

$\langle p, x \rangle, \langle q, y \rangle \in Q \times \Gamma^*$ が与えられた時以下を判定可能

$$\langle p, x \rangle \to^* \langle q, y \rangle ?$$

再帰的なプログラムの解析に応用

- *Rewriting Models of Boolean Programs* [Bouajjani and Esparza, 2006]

拡張された PDS

Conditional Pushdown System

正規表現による検査 $p \xhookrightarrow{\text{正規表現 } R} q$ で拡張

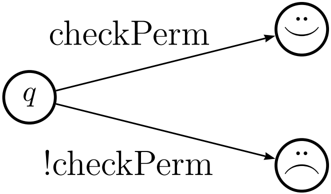
Timed Pushdown System

delay 遷移 $p \xhookrightarrow{\text{delay}} q$ で拡張

Conditional Pushdown System [Esparza et al., 2001, Li and Ogawa, 2010]

正規表現を用いて動的にスタックを検査することが出来る

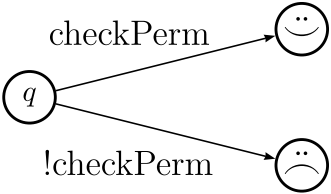
例. 権限検査 checkPerm = Permission* Privileged Γ^*

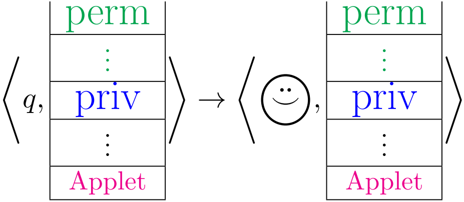


Conditional Pushdown System [Esparza et al., 2001, Li and Ogawa, 2010]

正規表現を用いて動的にスタックを検査することが出来る

例. 権限検査 checkPerm = Permission* Privileged Γ^*

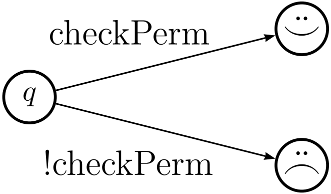


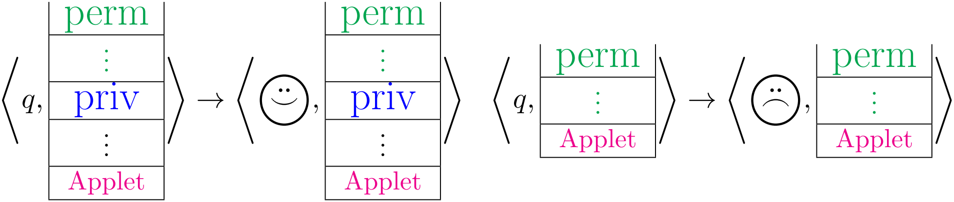


Conditional Pushdown System
[Esparza et al., 2001, Li and Ogawa, 2010]

正規表現を用いて動的にスタックを検査することが出来る

例. 権限検査 checkPerm = Permission* Privileged Γ^*





Timed PDS[Abdulla et al., 2012]

実行中にスタック全体を変更する PDS

$$\begin{array}{|c|}(a,2)\\\hline\end{array} \xrightarrow{\text{push}} \begin{array}{|c|}(b,0)\\\hline(a,2)\\\hline\end{array} \xrightarrow{\text{delay}} \begin{array}{|c|}(b,1)\\\hline(a,3)\\\hline\end{array} \xrightarrow{\text{delay}} \begin{array}{|c|}(b,2)\\\hline(a,4)\\\hline\end{array} \xrightarrow{\text{pop}} \begin{array}{|c|}(a,4)\\\hline\end{array}$$

Timed PDS[Abdulla et al., 2012]

実行中にスタック全体を変更する PDS

$$\boxed{(a,2)} \xrightarrow{\text{push}} \begin{array}{|c|}\hline (b,0) \\ \hline (a,2) \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{delay}} \begin{array}{|c|}\hline (b,1) \\ \hline (a,3) \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{delay}} \begin{array}{|c|}\hline (b,2) \\ \hline (a,4) \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{pop}} \boxed{(a,4)}$$

- (γ, α) はシンボル γ が α 歳であることを表す
- delay 遷移はスタック中の全シンボルを加齢する

提案：Conditional Transformable PDS

$$
\begin{aligned}
\text{CTPDS} &= \text{PDS} \\
&+ \\
&+
\end{aligned}
$$

提案：Conditional Transformable PDS

$$\begin{array}{rcl} \text{CTPDS} & = & \text{PDS} \\ & + & \text{正規表現によるスタックの検査} \\ & + & \end{array}$$

正規表現による検査：$p \xhookrightarrow{\text{正規表現 } R} q$

$$\begin{cases} \langle p, w \rangle \xrightarrow{\text{OK}} \langle q, w \rangle & w \in L(R) \text{ の場合} \\ \cancel{\langle p, w' \rangle \rightarrow \langle q, w' \rangle} & w' \notin L(R) \text{ の場合} \end{cases}$$

提案：Conditional Transformable PDS

$$
\begin{array}{rcl}
\text{CTPDS} & = & \text{PDS} \\
 & + & \text{正規表現によるスタックの検査} \\
 & + & \text{スタックの変換}
\end{array}
$$

正規表現による検査：$p \xhookrightarrow{\text{正規表現 } R} q$

$$
\begin{cases}
\langle p, w \rangle \xrightarrow{\text{OK}} \langle q, w \rangle & w \in L(R) \text{ の場合} \\
\xcancel{\langle p, w' \rangle \longrightarrow \langle q, w' \rangle} & w' \notin L(R) \text{ の場合}
\end{cases}
$$

スタックの変換：$p \xhookrightarrow{\text{書換え } f} q$

$$
\left\langle p, \begin{array}{|c|} \hline x \\ \hline y \\ \hline \vdots \\ \hline z \\ \hline \end{array} \right\rangle \rightarrow \left\langle q, \begin{array}{|c|} \hline f(x) \\ \hline f(y) \\ \hline \vdots \\ \hline f(z) \\ \hline \end{array} \right\rangle
$$

提案：PDS + 変換 (Transformable PDS)

Γ 上の変換 ($\Gamma \to \Gamma$) を用いてスタック全体を変換する

例

$$
\begin{array}{|c|}\hline x \\ \hline y \\ \hline \vdots \\ \hline y \\ \hline X \\ \hline \end{array}
\xrightarrow{\left(\begin{array}{c} x := y \\ y := x \end{array}\right)}
\begin{array}{|c|}\hline y \\ \hline x \\ \hline \vdots \\ \hline x \\ \hline X \\ \hline \end{array}
\xrightarrow{x := X}
\begin{array}{|c|}\hline y \\ \hline X \\ \hline \vdots \\ \hline X \\ \hline X \\ \hline \end{array}
\xrightarrow{X := x}
\begin{array}{|c|}\hline y \\ \hline x \\ \hline \vdots \\ \hline x \\ \hline x \\ \hline \end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
x := X \quad &: \quad \Gamma \to \Gamma \\
x := X \quad &= \quad \begin{cases} x \mapsto X & \\ \alpha \mapsto \alpha & (\text{ただし } x \neq \alpha) \end{cases}
\end{aligned}
$$

研究概要

CTPDSの提案

$$\begin{aligned}\text{CTPDS} &= \text{PDS}\\ &+ \text{正規表現によるスタックの検査}\\ &+ \text{スタックの変換}\end{aligned}$$

CTPDSが本質的にPDSと同等であることを示す

1. TrPDSというPDSを拡張した計算モデルを導入
2. TrPDSでCTPDSを形式化（CTPDSはTrPDSの具体例）
3. 定理:条件を満たすTrPDSは本質的にPDSと同等
4. 定理:CTPDSは条件を満たすTrPDS

CTPDSの出自

Conditional PDSを用いた HTML5構文解析アルゴリズムサブセットの形式化

- *Reachability Analysis of the HTML5 Parser Specification and Its Application to Compatibility Testing* [Minamide and Mori, 2012]
- 到達可能性問題が重要な役割を果たす

本研究

- より広いサブセットの形式化のためにCTPDSを提案
- CTPDSは本質的に有限PDSと同等であることを証明
  - CTPDSにおける位置到達可能性問題の決定可能性を証明

関連研究

PDS + 検査

- *Model checking security properties of control flow graphs* [Besson et al., 2001]
- Check-point 付き PDS[Esparza et al., 2001, Esparza et al., 2003]
- Conditional PDS[Li and Ogawa, 2010]

本質的に PDS と同等であることが証明されている

PDS + 書換え

- Timed PDS[Abdulla et al., 2012] を含む計算モデル

Timed PDS は本質的に PDS と同等であることが証明されている

本研究

PDS + 検査 + 書換えが本質的に PDS と同等であることを証明

発表概要

1. Pushdown System とConditional Transformable Pushdown System
2. TrPDS：トランスダクションによる PDS の拡張
   - トランスデューサ，トランスダクション
   - CTPDS を TrPDS として捉える
3. TrPDS から PDS の構成
   - 強双摸倣性と位置到達可能性問題の決定可能性
   - CTPDS から有限の PDS を構成

発表概要

1. Pushdown System と Conditional Transformable Pushdown System
2. TrPDS：トランスダクションによる PDS の拡張
   - トランスデューサ，トランスダクション
   - CTPDS を TrPDS として捉える
3. TrPDS から PDS の構成
   - 強双摸倣性と位置到達可能性問題の決定可能性
   - CTPDS から有限の PDS を構成

トランスデューサ
トランスダクション

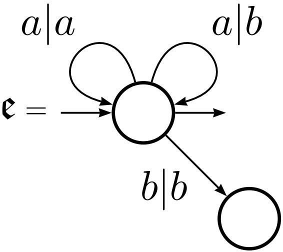
トランスデューサ（Transducer）

$\Gamma^* \times \Gamma^*$ 上のオートマトン (Q, Γ, Δ)

トランスデューサ
トランスダクション

トランスデューサ（Transducer）

$\Gamma^* \times \Gamma^*$ 上のオートマトン (Q, Γ, Δ)



$$
\begin{aligned}
\mathfrak{e}(a) &= \{a, b\} \\
\mathfrak{e}(aa) &= \{aa, ba, ab, bb\} \\
\mathfrak{e}(aab) &= \varnothing \\
\ldots
\end{aligned}
$$

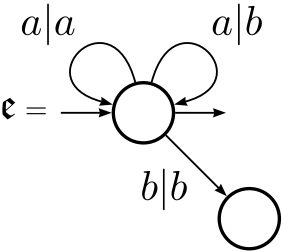
トランスデューサ
トランスダクション

トランスデューサ（Transducer）

$\Gamma^* \times \Gamma^*$ 上のオートマトン (Q, Γ, Δ)

トランスダクション（Transduction）

トランスデューサで特徴付けられる関数 $\mathfrak{t} \in \Gamma^* \to \mathcal{P}_{\mathrm{fin}}(\Gamma^*)$
今回は長さを保存するものだけ（$\forall x \in \mathfrak{t}(w). |w| = |x|$）



$$
\begin{aligned}
\mathfrak{e}(a) &= \{a, b\} \\
\mathfrak{e}(aa) &= \{aa, ba, ab, bb\} \\
\mathfrak{e}(aab) &= \varnothing \\
&\ldots
\end{aligned}
$$

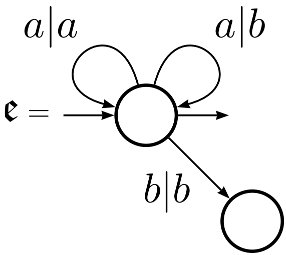
トランスデューサ
トランスダクション

トランスデューサ（Transducer）

$\Gamma^* \times \Gamma^*$ 上のオートマトン (Q, Γ, Δ)

トランスダクション（Transduction）

トランスデューサで特徴付けられる関数 $\mathfrak{t} \in \Gamma^* \to \mathcal{P}_{\mathrm{fin}}(\Gamma^*)$
今回は長さを保存するものだけ（$\forall x \in \mathfrak{t}(w). |w| = |x|$）



$$\mathfrak{e}(s) = \begin{cases} \{\lambda\} & s = \lambda \\ \{as, bs | s \in \mathfrak{e}(S)\} & s = aS \\ \varnothing & s = bS \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \mathfrak{e}(a) &= \{a, b\} \\ \mathfrak{e}(aa) &= \{aa, ba, ab, bb\} \\ \mathfrak{e}(aab) &= \varnothing \\ &\ldots \end{aligned}$$

トランスダクションによる PDS の拡張

TrPDS $\mathcal{S} = (Q, \Gamma, \mathcal{T}, \Delta)$ を提案

$\mathcal{T}$ はトランスダクションの有限集合

push 規則 $p \xhookrightarrow{+\gamma} q \in \Delta$ γ を push $\langle p, w \rangle \to \langle q, \gamma w \rangle$

pop 規則 $p \xhookrightarrow{\text{pop}} q \in \Delta$ pop $\langle p, \gamma w \rangle \to \langle q, w \rangle$

Transduce 規則 $p \xhookrightarrow{\mathfrak{t}} q \in \Delta$ $\langle p, w \rangle \to \langle q, w' \rangle \quad (w' \in \mathfrak{t}(w))$

トランスダクションによる PDS の拡張

TrPDS $\mathcal{S} = (Q, \Gamma, \mathcal{T}, \Delta)$ を提案

$\mathcal{T}$ はトランスダクションの有限集合

push 規則 $p \xhookrightarrow{+\gamma} q \in \Delta$ γ を push $\langle p, w \rangle \to \langle q, \gamma w \rangle$

pop 規則 $p \xhookrightarrow{\text{pop}} q \in \Delta$ pop $\langle p, \gamma w \rangle \to \langle q, w \rangle$

Transduce 規則 $p \xhookrightarrow{\mathfrak{t}} q \in \Delta$ $\langle p, w \rangle \to \langle q, w' \rangle \quad (w' \in \mathfrak{t}(w))$

Transduce 規則 $p \xhookrightarrow{\mathfrak{e}} q$ を例として考える

$$\mathfrak{e}(aa) = \{aa, ba, ab, bb\}$$

$$\left\langle p, \begin{array}{|c|} a \\ \hline a \\ \hline \end{array} \right\rangle \to \left\{ \left\langle q, \begin{array}{|c|} a \\ \hline a \\ \hline \end{array} \right\rangle, \left\langle q, \begin{array}{|c|} b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \right\rangle, \left\langle q, \begin{array}{|c|} a \\ \hline b \\ \hline \end{array} \right\rangle, \left\langle q, \begin{array}{|c|} b \\ \hline b \\ \hline \end{array} \right\rangle \right\}$$

トランスダクションによる PDS の拡張

TrPDS $\mathcal{S} = (Q, \Gamma, \mathcal{T}, \Delta)$ を提案

$\mathcal{T}$ はトランスダクションの有限集合

push 規則 $p \xhookrightarrow{+\gamma} q \in \Delta$ γ を push $\langle p, w\rangle \to \langle q, \gamma w\rangle$

pop 規則 $p \xhookrightarrow{\text{pop}} q \in \Delta$ pop $\langle p, \gamma w\rangle \to \langle q, w\rangle$

Transduce 規則 $p \overset{\mathfrak{t}}{\hookrightarrow} q \in \Delta$ $\langle p, w\rangle \to \langle q, w'\rangle \quad (w' \in \mathfrak{t}(w))$

Transduce 規則 $p \overset{\mathfrak{e}}{\hookrightarrow} q$ を例として考える

$$\mathfrak{e}(aa) = \{aa, ba, ab, bb\}$$

$$\left\langle p, \begin{array}{|c|}\hline a\\\hline a\\\hline\end{array}\right\rangle \to \left\{\left\langle q, \begin{array}{|c|}\hline a\\\hline a\\\hline\end{array}\right\rangle, \left\langle q, \begin{array}{|c|}\hline b\\\hline a\\\hline\end{array}\right\rangle, \left\langle q, \begin{array}{|c|}\hline a\\\hline b\\\hline\end{array}\right\rangle, \left\langle q, \begin{array}{|c|}\hline b\\\hline b\\\hline\end{array}\right\rangle\right\}$$

$$\mathfrak{e}(ba) = \varnothing$$

$$\left\langle p, \begin{array}{|c|}\hline b\\\hline a\\\hline\end{array}\right\rangle \to \varnothing$$

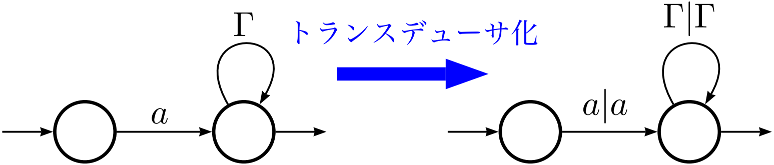
発表概要

1. Pushdown System と Conditional Transformable Pushdown System
2. TrPDS：トランスダクションによる PDS の拡張
   - トランスデューサ，トランスダクション
   - CTPDS を TrPDS として捉える
3. TrPDS から PDS の構成
   - 強双摸倣性と位置到達可能性問題の決定可能性
   - CTPDS から有限の PDS を構成

Conditional PDS は TrPDS の具体例

正規表現によるスタックの検査はトランスダクションで実現可能

例:正規表現 $/a\ .^*/$



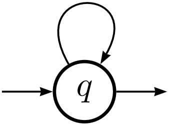
与えられた正規表現 E からトランスデューサ $\widetilde{E}$ を構成できる

$$p \overset{E}{\hookrightarrow} q \iff p \overset{\widetilde{E}}{\hookrightarrow} q$$

Transformable PDS は TrPDS の具体例

スタックの変換はトランスダクションで実現可能

$$\gamma_1|f(\gamma_1) + \cdots + \gamma_n|f(\gamma_n)$$



Γ 上の変換 $f \in \Gamma \to \Gamma$ からトランスデューサ $\widehat{f}$ を構成できる

$$p \xhookrightarrow{f} q \iff p \xhookrightarrow{\widehat{f}} q$$

CTPDS は TrPDS の具体例

$$
\begin{aligned}
\text{CTPDS} &= \text{PDS} + \text{検査} + \text{書換え} \\
&= \text{検査を表すトランスダクションの集合} \\
&\quad \bigcup \text{変換を表すトランスダクションの集合} \quad \text{上の TrPDS}
\end{aligned}
$$

CTPDSはTrPDSの具体例

$$\begin{aligned}\text{CTPDS} &= \text{PDS} + \text{検査} + \text{書換え} \\ &= \text{検査を表すトランスダクションの集合} \\ &\quad \bigcup \text{変換を表すトランスダクションの集合}\quad \text{上の TrPDS}\end{aligned}$$

定理

$\mathcal{T}$に関するTrPDSは，$\mathcal{T}$がある条件を満たすならば有限PDSと本質的に等しい

定理

CTPDSは条件を満たすTrPDS

発表概要

1. Pushdown System と Conditional Transformable Pushdown System
2. TrPDS：トランスダクションによる PDS の拡張
   - トランスデューサ，トランスダクション
   - CTPDS を TrPDS として捉える
3. TrPDS から PDS の構成
   - 強双摸倣性と位置到達可能性問題の決定可能性
   - CTPDS から有限の PDS を構成

Timed PDS から PDS の構成

Abdulla らの構成法 [Abdulla et al., 2012]⋆

$$\begin{array}{|c|}(a,2)\\ \hline\end{array} \xrightarrow{\text{push}} \begin{array}{|c|}(b,0)\\ \hline (a,2)\\ \hline\end{array} \xrightarrow{\text{delay}} \begin{array}{|c|}(b,1)\\ \hline (a,3)\\ \hline\end{array} \xrightarrow{\text{delay}} \begin{array}{|c|}(b,2)\\ \hline (a,4)\\ \hline\end{array} \xrightarrow{\text{pop}} \begin{array}{|c|}(a,4)\\ \hline\end{array}$$

⋆ **The minimal cost reachability problem in priced timed pushdown systems** P.A.Abdulla , M.F.Atig , J.Stenmen *LATA'12*

Timed PDS から PDS の構成

Abdulla らの構成法 [Abdulla et al., 2012]*

$$\begin{array}{|c|}(a,2)\\\hline\end{array} \xrightarrow{\text{push}} \begin{array}{|c|}\hline (b,0)\\\hline (a,2)\\\hline\end{array} \xrightarrow{\text{delay}} \begin{array}{|c|}\hline (b,1)\\\hline (a,3)\\\hline\end{array} \xrightarrow{\text{delay}} \begin{array}{|c|}\hline (b,2)\\\hline (a,4)\\\hline\end{array} \xrightarrow{\text{pop}} \begin{array}{|c|}(a,4)\\\hline\end{array}$$

$$\Big\Downarrow \text{構成}$$

$$\begin{array}{|c|}\langle a,2\rangle\\\hline\end{array} \xrightarrow{\text{push}} \begin{array}{|c|}\hline \langle b,0\rangle\\\hline \langle a,2\rangle\\\hline\end{array} \xrightarrow{\text{delay}}$$

- (γ, α) はシンボル γ が α 歳であることを表す

$\star$ **The minimal cost reachability problem in priced timed pushdown systems** P.A.Abdulla , M.F.Atig , J.Stenmen *LATA'12*

Timed PDS から PDS の構成

Abdulla らの構成法 [Abdulla et al., 2012]⋆ delay を蓄える

$$\begin{array}{|c|}(a,2)\\\hline\end{array} \xrightarrow{\text{push}} \begin{array}{|c|}(b,0)\\\hline(a,2)\\\hline\end{array} \xrightarrow{\text{delay}} \begin{array}{|c|}(b,1)\\\hline(a,3)\\\hline\end{array} \xrightarrow{\text{delay}} \begin{array}{|c|}(b,2)\\\hline(a,4)\\\hline\end{array} \xrightarrow{\text{pop}} \begin{array}{|c|}(a,4)\\\hline\end{array}$$

$$\rightsquigarrow \text{構成}$$

$$\begin{array}{|c|}\langle a,2\rangle\\\hline\end{array} \xrightarrow{\text{push}} \begin{array}{|c|}\langle b,0\rangle\\\hline\langle a,2\rangle\\\hline\end{array} \xrightarrow{\text{delay}} \begin{array}{|c|}\langle b,1\rangle\\\hline\langle a,\textcolor{red}{2}\rangle\\\hline\end{array} \xrightarrow{\text{delay}}$$

- (γ,α) はシンボル γ が α 歳であることを表す
- $\langle\gamma,\alpha\rangle$ はシンボル γ がスタックトップにいる間に α 回 delay されたことを表す

⋆ **The minimal cost reachability problem in priced timed pushdown systems** P.A.Abdulla , M.F.Atig , J.Stenmen *LATA'12*

Timed PDS から PDS の構成

Abdulla らの構成法 [Abdulla et al., 2012]⋆ delay を蓄える

$$\boxed{(a,2)} \xrightarrow{\text{push}} \begin{array}{|c|}\hline (b,0) \\ \hline (a,2) \\ \hline\end{array} \xrightarrow{\text{delay}} \begin{array}{|c|}\hline (b,1) \\ \hline (a,3) \\ \hline\end{array} \xrightarrow{\text{delay}} \begin{array}{|c|}\hline (b,2) \\ \hline (a,4) \\ \hline\end{array} \xrightarrow{\text{pop}} \boxed{(a,4)}$$

構成

$$\boxed{\langle a,2\rangle} \xrightarrow{\text{push}} \begin{array}{|c|}\hline \langle b,0\rangle \\ \hline \langle a,2\rangle \\ \hline\end{array} \xrightarrow{\text{delay}} \begin{array}{|c|}\hline \langle b,1\rangle \\ \hline \langle a,2\rangle \\ \hline\end{array} \xrightarrow{\text{delay}} \begin{array}{|c|}\hline \langle b,2\rangle \\ \hline \langle a,2\rangle \\ \hline\end{array} \xrightarrow{\text{pop}}$$

- (γ,α) はシンボル γ が α 歳であることを表す
- $\langle\gamma,\alpha\rangle$ はシンボル γ がスタックトップにいる間に α 回 delay されたことを表す

⋆ **The minimal cost reachability problem in priced timed pushdown systems** P.A.Abdulla , M.F.Atig , J.Stenmen *LATA'12*

Timed PDS から PDS の構成

Abdulla らの構成法 [Abdulla et al., 2012]⋆ delay を蓄える

$$
\begin{array}{|c|}(a,2)\\ \hline\end{array}
\xrightarrow{\text{push}}
\begin{array}{|c|}\hline (b,0)\\ \hline (a,2)\\ \hline\end{array}
\xrightarrow{\text{delay}}
\begin{array}{|c|}\hline (b,1)\\ \hline (a,3)\\ \hline\end{array}
\xrightarrow{\text{delay}}
\begin{array}{|c|}\hline (b,2)\\ \hline (a,4)\\ \hline\end{array}
\xrightarrow{\text{pop}}
\begin{array}{|c|}(a,4)\\ \hline\end{array}
$$

$$\rightsquigarrow \text{構成}$$

$$
\begin{array}{|c|}\langle a,2\rangle\\ \hline\end{array}
\xrightarrow{\text{push}}
\begin{array}{|c|}\hline \langle b,0\rangle\\ \hline \langle a,2\rangle\\ \hline\end{array}
\xrightarrow{\text{delay}}
\begin{array}{|c|}\hline \langle b,1\rangle\\ \hline \langle a,2\rangle\\ \hline\end{array}
\xrightarrow{\text{delay}}
\begin{array}{|c|}\hline \langle b,2\rangle\\ \hline \langle a,2\rangle\\ \hline\end{array}
\xrightarrow{\text{pop}}
\begin{array}{|c|}\langle a,4\rangle\\ \hline\end{array}
$$

- (γ,α) はシンボル γ が α 歳であることを表す
- $\langle\gamma,\alpha\rangle$ はシンボル γ がスタックトップにいる間に α 回 delay されたことを表す

⋆ **The minimal cost reachability problem in priced timed pushdown systems** P.A.Abdulla , M.F.Atig , J.Stenmen *LATA'12*

Transformable PDS から PDS の構成

一般化：effect を累積する

effect は Γ 上の変換のなす有限モノイド $(T, id, \circ)$

$$\begin{array}{|c|}\hline a \\ \hline\end{array} \xrightarrow{\text{push}} \begin{array}{|c|} b \\ \hline a \\ \hline\end{array} \xrightarrow{f} \begin{array}{|c|} f(b) \\ \hline f(a) \\ \hline\end{array} \xrightarrow{g} \begin{array}{|c|} (g \circ f)(b) \\ \hline (g \circ f)(a) \\ \hline\end{array} \xrightarrow{\text{pop}} \begin{array}{|c|} (g \circ f)(a) \\ \hline\end{array}$$

Transformable PDS から PDS の構成

一般化：effect を累積する

effect は Γ 上の変換のなす有限モノイド $(T, id, \circ)$

$$\begin{array}{|c|} a \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{push}} \begin{array}{|c|} b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \xrightarrow{f} \begin{array}{|c|} f(b) \\ \hline f(a) \\ \hline \end{array} \xrightarrow{g} \begin{array}{|c|} (g \circ f)(b) \\ \hline (g \circ f)(a) \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{pop}} \begin{array}{|c|} (g \circ f)(a) \\ \hline \end{array}$$

$\rightsquigarrow$ 構成

$$\begin{array}{|c|} \langle id, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{push}} \begin{array}{|c|} \langle id, b \rangle \\ \hline \langle id, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{f}$$

Transformable PDS から PDS の構成

一般化：effect を累積する

effect は Γ 上の変換のなす有限モノイド $(T, id, \circ)$

$$\begin{array}{|c|} a \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{push}} \begin{array}{|c|} b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \xrightarrow{f} \begin{array}{|c|} f(b) \\ \hline f(a) \\ \hline \end{array} \xrightarrow{g} \begin{array}{|c|} (g \circ f)(b) \\ \hline (g \circ f)(a) \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{pop}} \begin{array}{|c|} (g \circ f)(a) \\ \hline \end{array}$$

$$\Big\Downarrow \text{構成}$$

$$\begin{array}{|c|} \langle id, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{push}} \begin{array}{|c|} \langle id, b \rangle \\ \hline \langle id, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{f} \begin{array}{|c|} \langle f, b \rangle \\ \hline \langle id, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{g}$$

Transformable PDS から PDS の構成

一般化：effect を累積する

effect は Γ 上の変換のなす有限モノイド $(T, id, \circ)$

$$\begin{array}{|c|} a \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{push}} \begin{array}{|c|} b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \xrightarrow{f} \begin{array}{|c|} f(b) \\ \hline f(a) \\ \hline \end{array} \xrightarrow{g} \begin{array}{|c|} (g \circ f)(b) \\ \hline (g \circ f)(a) \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{pop}} \begin{array}{|c|} (g \circ f)(a) \\ \hline \end{array}$$

$$\Big\Downarrow \text{構成}$$

$$\begin{array}{|c|} \langle id, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{push}} \begin{array}{|c|} \langle id, b \rangle \\ \hline \langle id, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{f} \begin{array}{|c|} \langle f, b \rangle \\ \hline \langle id, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{g} \begin{array}{|c|} \langle g \circ f, b \rangle \\ \hline \langle id, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{pop}}$$

Transformable PDS から PDS の構成

一般化：effect を累積する

effect は Γ 上の変換のなす有限モノイド $(T, id, \circ)$

$$\begin{array}{|c|}\hline a \\ \hline\end{array} \xrightarrow{\text{push}} \begin{array}{|c|}\hline b \\ \hline a \\ \hline\end{array} \xrightarrow{f} \begin{array}{|c|}\hline f(b) \\ \hline f(a) \\ \hline\end{array} \xrightarrow{g} \begin{array}{|c|}\hline (g \circ f)(b) \\ \hline (g \circ f)(a) \\ \hline\end{array} \xrightarrow{\text{pop}} \begin{array}{|c|}\hline (g \circ f)(a) \\ \hline\end{array}$$

$$\rightsquigarrow \text{構成}$$

$$\begin{array}{|c|}\hline \langle id, a \rangle \\ \hline\end{array} \xrightarrow{\text{push}} \begin{array}{|c|}\hline \langle id, b \rangle \\ \hline \langle id, a \rangle \\ \hline\end{array} \xrightarrow{f} \begin{array}{|c|}\hline \langle f, b \rangle \\ \hline \langle id, a \rangle \\ \hline\end{array} \xrightarrow{g} \begin{array}{|c|}\hline \langle g \circ f, b \rangle \\ \hline \langle id, a \rangle \\ \hline\end{array} \xrightarrow{\text{pop}} \begin{array}{|c|}\hline \langle g \circ f, a \rangle \\ \hline\end{array}$$

Transformable PDS から PDS の構成

一般化：effect を累積する

effect は Γ 上の変換のなす有限モノイド $(T, id, \circ)$

$$\begin{array}{|c|} a \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{push}} \begin{array}{|c|} b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \xrightarrow{f} \begin{array}{|c|} f(b) \\ \hline f(a) \\ \hline \end{array} \xrightarrow{g} \begin{array}{|c|} (g \circ f)(b) \\ \hline (g \circ f)(a) \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{pop}} \begin{array}{|c|} (g \circ f)(a) \\ \hline \end{array}$$

構成

$$\begin{array}{|c|} \langle id, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{push}} \begin{array}{|c|} \langle id, b \rangle \\ \hline \langle id, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{f} \begin{array}{|c|} \langle f, b \rangle \\ \hline \langle id, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{g} \begin{array}{|c|} \langle g \circ f, b \rangle \\ \hline \langle id, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{pop}} \begin{array}{|c|} \langle g \circ f, a \rangle \\ \hline \end{array}$$

$$\left[\!\left[\begin{array}{|c|} \langle h, c \rangle \\ \hline \langle g, b \rangle \\ \hline \langle f, a \rangle \\ \hline \end{array} \right]\!\right] = \begin{array}{|c|} h(c) \\ \hline (h \circ g)(b) \\ \hline (h \circ g \circ f)(a) \\ \hline \end{array}$$

TrPDS から PDS の構成

TrPDS $(Q, \Gamma, \mathcal{T}, \Delta)$ から PDS $(Q, \Gamma \times \mathrm{Transd}_\Gamma, \Delta')$ を構成

$+\gamma$

$$\begin{array}{|c|} b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \xrightarrow{+\gamma} \begin{array}{|c|} \gamma \\ \hline b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \quad \text{模倣} \quad \begin{array}{|c|} \langle \mathfrak{t}_2, b \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_1, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{+\gamma} \begin{array}{|c|} \langle \mathbb{1}, \gamma \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_2, b \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_1, a \rangle \\ \hline \end{array}$$

TrPDS から PDS の構成

TrPDS $(Q, \Gamma, \mathcal{T}, \Delta)$ から PDS $(Q, \Gamma \times \mathrm{Transd}_\Gamma, \Delta')$ を構成

$+\gamma$

$$\begin{array}{|c|} b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \xrightarrow{+\gamma} \begin{array}{|c|} \gamma \\ \hline b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \quad \text{模倣} \quad \begin{array}{|c|} \langle \mathfrak{t}_2, b \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_1, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{+\gamma} \begin{array}{|c|} \langle \mathbb{1}, \gamma \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_2, b \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_1, a \rangle \\ \hline \end{array}$$

transduce $\mathfrak{t}$

$$\begin{array}{|c|} \gamma \\ \hline b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\mathfrak{t}} \left\{ \begin{array}{|c|} \gamma_1 \\ \hline b_1 \\ \hline a_1 \\ \hline \end{array}, \cdots, \begin{array}{|c|} \gamma_n \\ \hline b_n \\ \hline a_n \\ \hline \end{array} \right\} \quad \text{模倣} \quad \begin{array}{|c|} \langle \mathfrak{t}_3, \gamma \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_2, b \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_1, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\mathfrak{t}} \begin{array}{|c|} \langle \mathfrak{t} \bullet \mathfrak{t}_3, \gamma \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_2, b \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_1, a \rangle \\ \hline \end{array}$$

TrPDS から PDS の構成

TrPDS $(Q, \Gamma, \mathcal{T}, \Delta)$ から PDS $(Q, \Gamma \times \mathrm{Transd}_\Gamma, \Delta')$ を構成

$+\gamma$

$$\begin{array}{|c|} b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \xrightarrow{+\gamma} \begin{array}{|c|} \gamma \\ \hline b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \quad \text{模倣} \quad \begin{array}{|c|} \langle \mathfrak{t}_2, b \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_1, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{+\gamma} \begin{array}{|c|} \langle \mathbb{1}, \gamma \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_2, b \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_1, a \rangle \\ \hline \end{array}$$

transduce $\mathfrak{t}$

$$\begin{array}{|c|} \gamma \\ \hline b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\mathfrak{t}} \left\{ \begin{array}{|c|} \gamma_1 \\ \hline b_1 \\ \hline a_1 \\ \hline \end{array}, \cdots, \begin{array}{|c|} \gamma_n \\ \hline b_n \\ \hline a_n \\ \hline \end{array} \right\} \quad \text{模倣} \quad \begin{array}{|c|} \langle \mathfrak{t}_3, \gamma \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_2, b \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_1, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\mathfrak{t}} \begin{array}{|c|} \langle \mathfrak{t} \bullet \mathfrak{t}_3, \gamma \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_2, b \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_1, a \rangle \\ \hline \end{array}$$

pop

$$\begin{array}{|c|} \gamma \\ \hline b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{pop}} \begin{array}{|c|} b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \quad \text{模倣} \quad \begin{array}{|c|} \langle \mathfrak{t}_3, \gamma \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_2, b \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_1, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{pop}} \left\{ \begin{array}{|c|} \langle \mathfrak{t} \bullet \mathfrak{t}_2, b \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_1, a \rangle \\ \hline \end{array} \;\middle|\; \begin{array}{c} \gamma' \in \Gamma \\ \mathfrak{t} = \langle \gamma, \gamma' \rangle^{-1} \mathfrak{t}_3 \end{array} \right\}$$

TrPDS から PDS の構成

TrPDS $(Q, \Gamma, \mathcal{T}, \Delta)$ から PDS $(Q, \Gamma \times \mathrm{Transd}_{\Gamma}, \Delta')$ を構成

$+\gamma$

$$\begin{array}{|c|} b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \xrightarrow{+\gamma} \begin{array}{|c|} \gamma \\ \hline b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \quad \text{模倣} \quad \begin{array}{|c|} \langle \mathfrak{t}_2, b \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_1, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{+\gamma} \begin{array}{|c|} \langle \mathbb{1}, \gamma \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_2, b \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_1, a \rangle \\ \hline \end{array}$$

transduce $\mathfrak{t}$

$$\begin{array}{|c|} \gamma \\ \hline b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\mathfrak{t}} \left\{ \begin{array}{|c|} \gamma_1 \\ \hline b_1 \\ \hline a_1 \\ \hline \end{array}, \cdots, \begin{array}{|c|} \gamma_n \\ \hline b_n \\ \hline a_n \\ \hline \end{array} \right\} \quad \text{模倣} \quad \begin{array}{|c|} \langle \mathfrak{t}_3, \gamma \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_2, b \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_1, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\mathfrak{t}} \begin{array}{|c|} \langle \mathfrak{t} \bullet \mathfrak{t}_3, \gamma \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_2, b \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_1, a \rangle \\ \hline \end{array}$$

pop

$$\begin{array}{|c|} \gamma \\ \hline b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\mathrm{pop}} \begin{array}{|c|} b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \quad \text{模倣} \quad \begin{array}{|c|} \langle \mathfrak{t}_3, \gamma \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_2, b \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_1, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\mathrm{pop}} \left\{ \begin{array}{|c|} \langle \mathfrak{t} \bullet \mathfrak{t}_2, b \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_1, a \rangle \\ \hline \end{array} \;\middle|\; \begin{array}{c} \gamma' \in \Gamma \\ \mathfrak{t} = \langle \gamma, \gamma' \rangle^{-1} \mathfrak{t}_3 \end{array} \right\}$$

発表概要

1. Pushdown System と Conditional Transformable Pushdown System
2. TrPDS：トランスダクションによる PDS の拡張
   - トランスデューサ，トランスダクション
   - CTPDS を TrPDS として捉える
3. TrPDS から PDS の構成
   - 強双摸倣性と位置到達可能性問題の決定可能性
   - CTPDS から有限の PDS を構成

主定理再訪

定理 (有限 PDS を構成)

$\mathcal{T}$ がある条件を満たすならば有限 PDS と本質的に等しい

主定理再訪

定理 (有限 PDS を構成)

$\mathcal{T}$ がある条件を満たすならば有限 PDS と本質的に等しい

TrPDS はチューリング完全

TrPDS $\mathcal{S} = (Q, \{0, 1, \varepsilon\}, \{\mathfrak{d}_0, \mathfrak{t}_0, \mathfrak{d}_1, \mathfrak{t}_1\}, \Delta)$ でカウンタ $0, 1$ を持つ 2-計数機械を実現出来る.
これから TrPDS は一般にチューリング完全だと分かる.

どんな TrPDS でも有限 PDS と本質的に等しいわけではない！

強双摸倣性

定理 (有限 PDS の構成)

$\left(\mathcal{T}, \bullet, \langle\cdot,\cdot\rangle^{-1}\right)$ から生成される集合が有限ならば,
構成される PDS のスタックアルファベットは有限

強双摸倣性

定理 (有限 PDS の構成)

$\left(\mathcal{T}, \bullet, \langle\cdot,\cdot\rangle^{-1}\right)$ から生成される集合が有限ならば,
構成される PDS のスタックアルファベットは有限

定理 (強双摸倣性)

もとの TrPDS と
構成される PDS とで強双摸倣性が成立

$$
\begin{array}{ccc}
X & \sim & Y \\
\ell \big\downarrow & & \big\downarrow \ell \\
X' & \sim & Y'
\end{array}
$$

構成した PDS のスタック有限性

TrPDS $(Q, \Gamma, \mathcal{T}, \Delta)$ から PDS $(Q, \Gamma \times \mathrm{Transd}_\Gamma, \Delta')$ を構成

$+\gamma$

$$\begin{array}{|c|} b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \xrightarrow{+\gamma} \begin{array}{|c|} \gamma \\ \hline b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \quad \text{模倣} \quad \begin{array}{|c|} \langle \mathfrak{t}_2, b \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_1, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{+\gamma} \begin{array}{|c|} \langle \mathbb{1}, \gamma \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_2, b \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_1, a \rangle \\ \hline \end{array}$$

transduce $\mathfrak{t}$

$$\begin{array}{|c|} \gamma \\ \hline b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\mathfrak{t}} \left\{ \begin{array}{|c|} \gamma_1 \\ \hline b_1 \\ \hline a_1 \\ \hline \end{array}, \cdots, \begin{array}{|c|} \gamma_n \\ \hline b_n \\ \hline a_n \\ \hline \end{array} \right\} \quad \text{模倣} \quad \begin{array}{|c|} \langle \mathfrak{t}_3, \gamma \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_2, b \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_1, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\mathfrak{t}} \begin{array}{|c|} \langle \mathfrak{t} \bullet \mathfrak{t}_3, \gamma \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_2, b \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_1, a \rangle \\ \hline \end{array}$$

pop

$$\begin{array}{|c|} \gamma \\ \hline b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\mathrm{pop}} \begin{array}{|c|} b \\ \hline a \\ \hline \end{array} \quad \text{模倣} \quad \begin{array}{|c|} \langle \mathfrak{t}_3, \gamma \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_2, b \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_1, a \rangle \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\mathrm{pop}} \left\{ \begin{array}{|c|} \langle \mathfrak{t} \bullet \mathfrak{t}_2, b \rangle \\ \hline \langle \mathfrak{t}_1, a \rangle \\ \hline \end{array} \;\middle|\; \begin{array}{c} \gamma' \in \Gamma \\ \mathfrak{t} = \langle \gamma, \gamma' \rangle^{-1} \mathfrak{t}_3 \end{array} \right\}$$

強双摸倣性

計算状況の集合上に強双摸倣性が成立

$$\begin{tikzcd} X \arrow[r, phantom, "\sim"] \arrow[d, two heads, "\ell"'] & Y \arrow[d, two heads, "\ell"] \\ X' \arrow[r, phantom, "\sim"] & Y' \end{tikzcd}$$

$$X \sim Y \iff X = \|Y\|$$

$$\|Y\| = \bigcup_{\langle q,w\rangle \in Y} \{\langle q, x\rangle \mid x \in \|w\|\}$$

圧縮スタックの解凍・具体化（concretization）

$$\begin{array}{lcl} \|\cdot\| & : & (\Gamma \times \mathrm{Transd}_\Gamma)^* \to \mathcal{P}(\Gamma^*) \\ \|\lambda\| & = & \{\ \lambda\ \} \\ \|\langle\gamma, \mathfrak{t}\rangle\, w\| & = & \mathfrak{t}(\gamma \lhd \|w\|) \end{array}$$

位置到達可能性問題

位置到達可能性問題

TrPDS$(Q, \Gamma, \mathcal{T}, \Delta)$ と $q_I, q_F \in Q$ について以下が可能か?

$$\exists w \in \Gamma^*.\, \langle q_I, \lambda \rangle \xrightarrow{*} \langle q_F, w \rangle$$

1. 強双摸倣性を用いて，PDS の同様の問題に還元
2. PDS の到達可能性問題は決定可能
3. TrPDS の位置到達可能性問題も決定可能

発表概要

1. Pushdown System と Conditional Transformable Pushdown System
2. TrPDS：トランスダクションによる PDS の拡張
   - トランスデューサ，トランスダクション
   - CTPDS を TrPDS として捉える
3. TrPDS から PDS の構成
   - 強双摸倣性と位置到達可能性問題の決定可能性
   - CTPDS から有限の PDS を構成

CTPDS は有限表現可能

CTPDS は以下の形をした TrPDS

$$\text{TrPDS } \mathcal{S} = (Q, \Gamma, \mathcal{T}, \Delta)$$
$$\mathcal{T} = \text{検査} \uplus \text{変換}$$

CTPDS は有限表現可能

CTPDS は以下の形をした TrPDS

$$\begin{aligned}
&\text{TrPDS } \mathcal{S} = (Q, \Gamma, \mathcal{T}, \Delta) \\
&\mathcal{T} = \text{検査} \uplus \text{変換} \\
&\text{検査} = \left\{ \widetilde{A} \mid L(A) = L, L \in \mathcal{R} \right\} \\
&\text{変換} = \left\{ \widehat{f} \mid f \in \mathcal{F} \right\} \cup \{\mathbb{1}\}
\end{aligned}$$

補題 (交換律)

$$\widetilde{A} \circ \widehat{f} = \widehat{f} \circ \widetilde{f^{-1}(A)}$$

CTPDS は有限表現可能

CTPDS は以下の形をした TrPDS

$$\begin{aligned}
&\text{TrPDS } \mathcal{S} = (Q, \Gamma, \mathcal{T}, \Delta) \\
&\mathcal{T} = \text{検査} \uplus \text{変換} \\
&\text{検査} = \left\{ \widetilde{A} \mid L(A) = L, L \in \mathcal{R} \right\} \\
&\text{変換} = \left\{ \widehat{f} \mid f \in \mathcal{F} \right\} \cup \{\mathbb{1}\}
\end{aligned}$$

補題 (交換律)

$$\widetilde{A} \circ \widehat{f} = \widehat{f} \circ \widetilde{f^{-1}(A)}$$

任意の合成列を 変換$_1 \circ \cdots \circ$変換$_n \circ$検査$_1 \circ \cdots \circ$検査$_m$ とでき，
変換 $\circ$ 検査 に持って行く

まとめ

- Conditional Transformable Pushdown System を提案
- トランスダクションによる PDS の拡張 TrPDS を提案
- CTPDS は TrPDS の具体例である
- $\mathcal{T}$ が有限表現可能な TrPDS は有限 PDS と本質的に同等
- CTPDS は有限表現可能な TrPDS

今後の課題

- backward reachable set(pre*) 及び forward reachable set(post*) の計算
- LTL モデル検査に拡張
- rational transducer への一般化を行う
- HTML5 の構文解析アルゴリズム（ほぼ全て）の形式化

より直接的な構成は可能?

TrPDS を介さずに CTPDS から直接 PDS を構成することは可能

- Besson ら，Esparza らの正規表現を表す DFA を同時に実行する手法
- Abdulla らの効果累積

を同時に行い整合性をとるような構成を行った

どういう応用があるのか?

- *Reachability Analysis of the HTML5 Parser Specification and Its Application to Compatibility Testing.* [Minamide and Mori, 2012]
- *Introspective pushdown analysis of higher-order programs* [Earl et al., 2012]

Abdulla, P. A., Atig, M. F., and Stenman, J. (2012).
The minimal cost reachability problem in priced timed pushdown systems.
In *Proceedings of the 6th international conference on Language and Automata Theory and Applications*, LATA'12, pages 58–69, Berlin, Heidelberg. Springer-Verlag.

Besson, F., Jensen, T., Le Métayer, D., and Thorn, T. (2001).
Model checking security properties of control flow graphs.
J. Comput. Secur., 9(3):217–250.

Bouajjani, A. and Esparza, J. (2006).
Rewriting models of boolean programs.
In *Term Rewriting and Applications*, volume 4098 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 136–150. Springer Berlin Heidelberg.

Bouajjani, A., Esparza, J., and Maler, O. (1997).
Reachability analysis of pushdown automata: Application to model-checking.

In *CONCUR '97: Concurrency Theory*, volume 1243 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 135–150.

Earl, C., Sergey, I., Might, M., and Van Horn, D. (2012).
Introspective pushdown analysis of higher-order programs.
In *Proceedings of the 17th ACM SIGPLAN international conference on Functional programming*, ICFP '12, pages 177–188. ACM.

Esparza, J., Kucera, A., and Schwoon, S. (2001).
Model-checking ltl with regular valuations for pushdown systems.
In *Proceedings of the 4th International Symposium on Theoretical Aspects of Computer Software*, TACS '01, pages 316–339, London, UK, UK. Springer-Verlag.

Esparza, J., Kučera, A., and Schwoon, S. (2003).
Model checking LTL with regular valuations for pushdown systems.
Information and Computation, 186(2):355 – 376.

Li, X. and Ogawa, M. (2010).

Conditional weighted pushdown systems and applications.
In *Proceedings of the 2010 ACM SIGPLAN workshop on Partial evaluation and program manipulation*, PEPM '10, pages 141–150. ACM.

Minamide, Y. and Mori, S. (2012).
Reachability Analysis of the HTML5 Parser Specification and Its Application to Compatibility Testing.
In *FM 2012: Formal Methods*, volume 7436 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 293–307.

Richard Büchi, J. (1964).
Regular canonical systems.
Archiv fr mathematische Logik und Grundlagenforschung, 6:91–111.