

『離散構造』 Short Quiz 略解

2014年11月14日(海野)

問題 1 自然数の集合 \mathcal{N} 上の 2 項関係 $xRy \Leftrightarrow |x - y| \leq 3$ が反射的、対称的、推移的、反対称的であるか理由をつけて答えよ。

答. 反射的である。なぜなら任意の $x \in \mathcal{N}$ について、 $|x - x| = 0 \leq 3$ が成り立つからである。また、対称的である。 $x, y \in \mathcal{N}$ について xRy と仮定すると R の定義より $|x - y| \leq 3$ が成り立ち、 $|y - x| = |x - y| \leq 3$ 、つまり yRx も成り立つからである。 R は推移的ではない。 $0R2$ かつ $2R4$ だが、 $0R4$ は成り立たないからである。 R は反対称的でもない。 $0R1$ かつ $1R0$ だが、 $0 \neq 1$ は成り立たないからである。

問題 2 集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{\text{佐藤, 鈴木, 高橋, 田中, 渡辺, 伊藤}\}$, $C = \{0, \dots, 100\}$ について、 A, B 上の 2 項関係 $R \subset A \times B$ と B, C 上の 2 項関係 $S \subset B \times C$ を以下のように定める。

$$\begin{aligned} R &= \{(1, \text{佐藤}), (1, \text{鈴木}), (2, \text{高橋}), (3, \text{田中}), (3, \text{渡辺}), (4, \text{伊藤})\} \\ S &= \{(\text{佐藤}, 70), (\text{鈴木}, 70), (\text{高橋}, 50), (\text{渡辺}, 30), (\text{伊藤}, 90)\} \end{aligned}$$

関係 R はクラス番号と学生名との対応を表し、関係 S は学生名と離散構造 期末試験点数との対応を表している。ちなみに、田中さんの点数のデータがないのは期末試験を受けていないためである。クラス番号と期末試験点数との対応を表す関係 $R \circ S \subset A \times C$ を求めよ。(この問題文はフィクションであり、実在する人物、団体等とは一切関係ありません。)

答. $R \circ S = \{(x, y) \mid \exists z(xRz \wedge zSy)\} = \{(1, 70), (2, 50), (3, 30), (4, 90)\}$