

『離散構造』 1 章の演習問題 (亀山)

以下の問題について、次回の演習実施日までに解答を用意せよ。

問 1 次の日本語の文を命題論理の論理式として表現しなさい。

- (a) 「筑波大学の正規生または科目等履修生であって、TWINS でこの授業を履修申請済みであれば (ただし、履修申請予定も含む)、この授業を聴講できる。」

ただし、原子命題 (基本命題) として、 P = 「筑波大学の正規生である」、 Q = 「筑波大学の科目等履修生である」、 R = 「TWINS でこの授業を履修申請している」、 S = 「TWINS でこの授業を履修申請予定である」、 T = 「この授業を聴講できる」を使うこと。

- (b) 「晴れていれば傘を持っていくし、雨であっても傘を持っていくことにしているが、今日は傘を持っていかないで、晴れでも雨でもないということだ。」

原子命題： P = 「晴れている」、 Q = 「雨である」、 R = 「傘を持っていく」 (なお、「今日は」の部分は命題論理の範囲では定式化できないので無視してよい。)

- (c) 「私がピンチのときにあなたが私を助けてくれるなら、私もあなたに同じことをしよう。」

原子命題： P = 「私がピンチである」、 Q = 「あなたが私を助ける」、 R = 「あなたがピンチである」、 S = 「私があなたを助ける」

問 2 下記の命題が恒真であるか、また、充足可能であるか、判定せよ。

- (a) $(A \vee B) \wedge (C \vee A) \Leftrightarrow ((C \wedge B) \vee A)$.
(b) $(A \Rightarrow B) \vee (B \Rightarrow A)$.
(c) $(A \vee B \vee (\neg C)) \wedge (A \vee (\neg B) \vee C) \wedge ((\neg A) \vee B \vee C)$.

ただし、3 個以上の論理式を $\wedge$ や $\vee$ でつないだときは、左から括弧をつけていくものとする。

問 3 上記の問 1 と同じ日本語の文 (3 つ) をそれぞれ述語論理の論理式として表現しなさい。

(a) については、原子述語として、 $p(x)$ = 「 x が筑波大学の正規生である」、 $q(x)$ = 「 x が筑波大学の科目等履修生である」、 $r(x,y)$ = 「 x が授業 y を履修申請している」、 $s(x,y)$ = 「 x が授業 y を履修申請予定である」、 $t(x,y)$ = 「 x が授業 y を聴講できる」とし、また、DS で、「この授業」を表すとする。(注意、 x に対する限量子として、どこにどのようなものを置けばよいか、考えること。)

(b) については、原子述語として、 $p(x)$ = 「 x 日が晴れている」、 $q(x)$ = 「 x 日が雨である」、 $r(x,y)$ = 「 x 日に傘を持っていく」を使い、Today で「今日」を表すとする。

(c) については、原子述語として、 $p(x)$ = 「 x がピンチである」、 $q(x,y)$ = 「 x が y を助ける」を使い、また、 I で「私」を、 You で「あなた」を表す。

問 4 (発展問題) 原子命題 P と論理記号だけからなる命題論理式の中で、互いに同値でないものは 4 つある。 $(P$ と $\neg P$ と $P \Rightarrow P$ と $P \wedge (\neg P)$)。これら以外の論理式はすべてこの 4 つのいずれかと同値である)。

原子命題 P, Q と論理記号だけからなる命題論理式の中で、互いに同値でないものはいくつかあるか?

一般に、 n 個の相異なる原子命題と論理記号だけからなる命題論理式の中で、互いに同値でないものはいくつかあるか?