

## 『離散構造』4章(関係)の演習問題

出題: 2013年11月8日

期限: 2013年11月15日の授業

$\mathcal{N}_n = \{x \in \mathcal{N} \mid 0 \leq x < n\}$  とする。 $\mathcal{N}_{10}$  上の2項関係  $R_1, \dots, R_3$  を以下のように定める。

$$xR_1y \Leftrightarrow y = x + 1$$

$$xR_2y \Leftrightarrow x^2 \leq y$$

$$xR_3y \Leftrightarrow x \text{ は } y \text{ の約数}$$

ただし、任意の自然数は0の約数とする。[2013/11/14 「0は任意の自然数の約数」と間違っていたのを修正]

### 問題 1 (関係の性質)

- (a)  $R_1$  が反射的、対称的、推移的、反対称的であるかをそれぞれ答えよ。
- (b)  $R_2$  について同様のことを答えよ。
- (c)  $R_3$  について同様のことを答えよ。

### 問題 2 (関係の合成)

- (a)  $R_1 \circ R_1$  の要素をすべて書き下しなさい。
- (b)  $R_2 \circ R_2$  の要素をすべて書き下しなさい。
- (c)  $R_3 \circ R_2$  の要素をすべて書き下しなさい。

### 問題 3 [2013/11/14 $\mathcal{N}_{10}$ となっていたのを $\mathcal{N}_{10} \times \mathcal{N}_{10}$ に修正]

- (a)  $R_1$  を含む  $\mathcal{N}_{10}$  上の2項関係のうち、推移的であり  $\emptyset$  とも  $\mathcal{N}_{10} \times \mathcal{N}_{10}$  とも異なるものがあれば求めなさい。
- (b)  $R_2$  を含む  $\mathcal{N}_{10}$  上の2項関係のうち、半順序であり  $\mathcal{N}_{10} \times \mathcal{N}_{10}$  と異なるものがあれば求めなさい。
- (c)  $R_3$  を含む  $\mathcal{N}_{10}$  上の2項関係のうち、同値関係であり  $\mathcal{N}_{10} \times \mathcal{N}_{10}$  と異なるものがあれば求めなさい。