『離散構造』 (亀山)
Short Quiz

Quiz. プログラム言語における「型 (データ型)」は、「もの」の集合に対応する。

たとえば、C 言語の `int` という型は、整数の集合 $\mathcal{Z}$ に対応する。(もっとも、実在のプログラム言語の `int` 型は、多くの場合、32bit や 64bit といった有限長のデータで表現できる整数であるので、無限集合ではなく有限集合である。この short quiz では、こういった有限性については無視する。Lisp などのプログラム言語では、「いくらでも大きな整数」を扱うことができることもある。)

問題. C 言語の配列 (array) というデータ型は、どのような集合に対応するだろうか？

```
int a[10];

int b[10][20];
```

解答例. サイズ N の配列は、同じ種類 (型) の要素を N 個まとめたデータと考えられる。これは、集合の言葉で言えば、「N 個組」であるので、N 個の集合の直積に対応する。

よって、`int` 型の要素を 10 個持つ配列 `a` は、

$$\mathcal{Z} \times \mathcal{Z} \times \mathcal{Z} \times \mathcal{Z} \times \mathcal{Z} \times \mathcal{Z} \times \mathcal{Z} \times \mathcal{Z}$$

という直積集合に対応する。なお、授業ではちゃんと言わなかったが、同じ集合 S の N 個の直積は、S^N と略記するので、上記の集合は、$\mathcal{Z}^{10}$ と書くことができる。

同様に、`int` 型の要素を 20 個持つ配列を 10 個持つ配列 `b` は、

$$(\mathcal{Z}^{20})^{10}$$

という直積集合に対応する。(この説明を聞いて、$\mathcal{Z}^{200}$ とは違うのか、という疑問を持った人も多いだろう。これは「集合として同じ」とは何かという問題に直結する。上記の集合と $\mathcal{Z}^{200}$ という集合は、集合としては「違う」のであるが、第 3 章 (関数) で勉強するように、「全単射」で対応付けられるので、非常に密接に関連した集合である。)

問題. C 言語の構造体 (struct) というデータ型は、どのような集合に対応するだろうか？

```
struct student {
  int   student_id;
  char* name;
  float height;
};
```

ただし、`char *` は、 P (文字へのポインタの集合) に対応するとし、`float` は、F (浮動小数点の数の集合) に対応するとしなさい。

解答例. 構造体は，いくつかの型のデータを集めて 1 つにしたものであるから，これも、直積集合に対応する．配列との違いは，配列が同じ型 (集合) の直積集合であるのに対して，構造体は異なる (かもしれない) 型 (集合) の直積集合であることである．

上記の例の構造体に対応する集合は、$\mathcal{Z} \times P \times F$ である。

なお、構造体に相当するデータ型は、多くのプログラミング言語が持っていて、「レコード型」という名前で呼ばれることも多い。

問題. また、知っている人がいたら、C 言語の共用体 (union) についても、考察せよ。

解答例. C 言語の共用体は、それほど頻繁に使うものではないが、メモリを無駄に使用しないことが求められるプログラミング (たとえば、システムプログラミング) などで使われている。共用体がどういうものかは C 言語の教科書を参照にしてほしい。結論だけを書けば、共用体は、「和集合 (union)」に対応するものである。(なお、プログラミング言語では、和集合とはやや異なる概念である「直和集合」を頻繁に用いる。特に、OCaml などの関数型プログラミング言語では、直和に相当するデータ型 (variant 型) を非常に多用する。)