

『離散構造』1章の演習問題 (亀山)

以下の問題について、次回の演習実施日までに解答を用意せよ。

問1 次の日本語の文を論理式で表現した上で、恒真式かどうかを真理値表を用いて決定せよ。(基本命題の取り方は適宜おこなうこと)

- (a) A君が笑えばB君は笑わないし、B君が笑わなければA君は笑うとすれば、A君かB君のどちらか一方だけが笑う。
- (b) C君がコンピュータを使っているときは、プログラムを書いているかゲームをしているかである。C君はゲームをしているので、C君はプログラムを書いていない。(ヒント: 2つの文に分かれているが、「1つ目の文」ならば「2つ目の文」という形で定式化するとよい。)
- (c) オレンジジュースを飲むとすかさず元気が出るし、スープを飲むと心が暖まって元気が出るので、オレンジジュースかスープを飲むと元気が出る。(ヒント: 「。。。ので。。。」は、「。。。ならば。。。」と解釈して定式化するとよい。)

問2 次の日本語の文を論理式で表現しなさい。

- (a) 今日傘を持っている人は幸せだ。(ただし、「今日XさんがYを持っている」を $\text{Has}(X,Y)$ と表現し、「Yが傘である」を $\text{Umbrella}(Y)$ と表現し、「Xさんが幸せだ」を $\text{Lucky}(X)$ と表現せよ。)
- (b) 今日傘を持っている人がいる人が自分の友達にいれば幸せだ。(ただし、「XさんはYさんと友達だ」を $\text{Friends}(X,Y)$ と表現せよ。)
- (c) (発展課題; ちょっと難しい) 今日傘を持っている人が自分の友達にいれば、その友達に感謝する。(ただし、「XさんはYさんに感謝する」を $\text{Thanks}(X,Y)$ と表現せよ。)

問3 (発展課題にしました) 以下の論理式を、論理積標準形 ($\wedge$ が一番外側にあり、 $\vee$ がその次で、一番内側に $\neg$ がある形式) にしなさい。

$$\neg(((A \vee B) \vee C) \wedge (C \Rightarrow D))$$

問4 新しい論理記号として $\ominus$ を導入する。 $A \ominus B$ は $A \wedge (\neg B)$ と同値とする。また、 $\top$ を「いつでも真である論理式」、 $\perp$ を「いつでも偽である論理式」とする。

以下の問に答えなさい。

- (a) $A \ominus A$ が $\perp$ と同値であることを示せ。
- (b) $\ominus$ と A と B (および、括弧) だけを使ってできる論理式で、互いに同値ではないものを全て列挙せよ。 $(\top$ や $\perp$ を使ってはいけない。また、 $\wedge$ などの論理記号も使ってはいけない。)
- (c) $\ominus$ と A と B (および、括弧) を使って、 $A \wedge B$ と同値な論理式を作れるか?
- (d) $\ominus$ と A と B (および、括弧) と $\top$ を使って、 $\neg A$ と同値な論理式、および、 $A \wedge B$ と同値な論理式を作れるか?