

『離散構造』 4 章 (関係) の演習問題

亀山

問題 1 (2 項関係)

筑波大学での在籍経験がある学生の集合を A とおいたとき、 $i \in \{1, 2, 3\}$ に対して、以下のように定義した A 上の二項関係 R_i が、反射的、対称的、推移的、反対称的であるかを全て調べよ。(これらがわかると自動的に順序であるかどうか、同値関係であるかどうかわかるので、それもついでに答えよ。)

- (a) $(x_1 R_1 x_2) \Leftrightarrow (x_1 \text{ は } x_2 \text{ の先輩である})$
- (b) $(x_1 R_2 x_2) \Leftrightarrow (x_1 \text{ は } x_2 \text{ と同期入学か、先輩である})$
- (c) $(x_1 R_3 x_2) \Leftrightarrow (x_1 \text{ と } x_2 \text{ は筑波大の同じサークルでの在籍経験がある})$

問題 2 (関係の合成)

前問の R_i に対して、 $R_i \circ R_j = R_j \circ R_i$ となる場合をすべてあげよ ($i = j$ のケースも全て考慮せよ。)

問題 3 (証明)

集合 $\mathcal{N}$ 上の 2 項関係 R を、

$$(x R y) \Leftrightarrow (x = 2y \vee x = 2y + 1)$$

と定める。

- R を含む 2 項関係で、推移的なものがあるか、あれば例を示しなさい。
- R を含む 2 項関係で、全順序となるものがあるか、あれば例を示しなさい。
- R を含む 2 項関係で、同値関係となるものがあるか、あれば例を示しなさい。