

## 『離散構造』 5 章 (グラフ)

2008.2.8 版

### 例題 2 問

#### 例題 1 (グラフと二項関係)

二項関係は、それを図形で表現することにより、有向グラフと見なせる。すなわち、集合  $A$  上の二項関係  $R$  があれば、頂点の集合を  $A$  とし、辺の集合を  $R$  とする有向グラフが考えられる。逆に、有向グラフがあれば、それに対応する二項関係を考えることができる。

例えば、講義資料 35 ページの例 76 の有向グラフは、集合  $\{1, 2, 3, 4\}$  上の二項関係  $R$  として、以下のように定義できる。

$$R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 3, 4 \rangle\}$$

集合  $V = \{x \in \mathcal{N} \mid 0 < x < 10\}$  上の二項関係として以下のものを考えるとき、それぞれに対応する有向グラフを図示せよ。

$$R_1 = \{\langle x, y \rangle \in V \times V \mid x \leq y\}$$

$$R_2 = \{\langle x, y \rangle \in V \times V \mid (x - 5.5)(y - 5.5) < 0\}$$

$$R_3 = \{\langle x, y \rangle \in V \times V \mid (x - y) \text{ は } 3 \text{ で割り切れる} \}$$

また、それぞれのグラフのサイズ、位数、連結成分の数を答えよ。

#### 例題 2 (木)

- 木の頂点の個数を  $n$  とすると、辺の本数は何本あるか答えよ。
- 高さ  $h$  の完全 2 分木の頂点の個数は、何個以上何個以下であるか答えよ。ただし、高さ  $h$  の完全 2 分木とは、深さ 0 以上  $h - 1$  以下の全ての頂点が 2 個の子を持つ木である。
- 高さ  $h$  の 3 分木 (完全 3 分木とは限らない) の頂点の個数は、何個以上何個以下であるか答えよ。