# 『離散構造』 2 章 (集合) の演習問題 (亀山)
# 出題: 2007.12.21
# 提出期限: 2008.1.11 の授業時間開始時刻

**問題 1** (集合の表現)

以下の集合を $\{x \in A \mid P(x)\}$ の形で記述せよ．(ただし，$A$ は集合, $P(x)$ は命題である．)

(a) 約数を 3 つ以上もつ自然数の集合.

(b) 約数がちょうど 3 つである自然数の集合.

(c) 整数を係数とする 2 次方程式の根 (解) となる実数の集合.

**問題 2** (集合の演算)

集合 $A = \{1, 2, 3\}$,$B = \{1, 3, 5\}$, $C = \{2, 3, 6\}$ に対して、以下の集合を計算して、それらが等しいかどうか求めよ。

(a) 集合 $A - B$, 集合 $A - (A \cup B)$, 集合 $A - (A \cap B)$.

(b) 集合 $(A \cup B) \cap C$, 集合 $(A \cap C) \cup B$, 集合 $(A \cap C) \cup (B \cap C)$.

(c) 集合 $2^{A-B}$, 集合 $2^A - 2^B$.

(d) 集合 $A \times B$, 集合 $\{\} \times (A \times B)$, 集合 $B \times A$. (ここで $\{\}$ は空集合である。)

**問題 3** (有限集合の要素数)

$A$ が有限集合のとき、$\#A$ は $A$ の要素数をあらわす。このとき、$\#(2^A) = 2^{\#A}$ が成立する理由を述べよ。

**問題 4** (集合に関する推論)

集合 $A, B, C$ に対して、以下の命題が成立することをそれぞれ証明せよ。

(a) $(A \cup B) - C \subset (A - C) \cup (B - C)$.

(b) $(A \cup B) - C \supset (A - C) \cup (B - C)$.

**問題 5** (発展課題; 興味がある人のみ)

「すべての $x$ に対して、$x \in R \Leftrightarrow x \notin x$」を満たす集合 $R$ が存在すると仮定して、以下の 2 つを導きなさい。

(a) $R \in R$ ならば、$R \notin R$ である。したがって、矛盾する。

(b) $R \notin R$ ならば、$R \in R$ である。したがって、矛盾する。