

『離散構造』 2章 集合の例題

例題 1 (集合の表現)

以下の集合を $\{x \in A \mid P(x)\}$ の形で記述せよ。

- (a) うるう年 (4 で割り切れ、100 で割り切れないか、または、400 で割り切れる年) の集合
- (b) 素数の集合
- (c) 3 桁の自然数で、それぞれの桁の数字が異なるものを集めた集合 (例: 123 はこの集合に属し、122 は属さない.)
- (d) 自然数の集合で 3 を含むもの (たとえば、奇数の集合や素数の集合) をすべて集めた集合

例題 2 (集合の演算)

$A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{1, 3, 4\}$ とするとき、以下の等式の左右両辺を計算して、等式が成立するかどうか答えよ。

- (a) $A \cup (B \cap C) = A \cap (B \cup C)$.
- (b) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.
- (c) $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$.
- (d) $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$.
- (e) $2^{\{\}} = \{\}$.

例題 3 (集合に関する推論)

任意の集合 A, B, C に対して以下の式が成立するか考え、証明または反証せよ。

- (a) $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$.
- (b) $(A \subset B) \Leftrightarrow (A \cup B = B)$.
- (c) $A = B \Rightarrow A - C = B - C$.

例題 4 (集合の要素の数)

集合 A に対して、その要素数を $\#A$ と表示する。(なお、集合の要素数のことを、濃度 (cardinality) と呼ぶ.) 以下の論理式がすべての有限集合 A, B に対して成立するかどうか考えなさい。

- (a) $\#(A \cup B) = \#A + \#B$.
- (b) $\#(A - B) = \#A - \#(A \cap B)$.
- (c) $\#(A \times B) = \#A \times \#B$.